# Modelación Cinemática y Planeación de Trayectoria para un Manipulador Neumático

Hernández Durán Juan Manuel<sup>1</sup> y Vargas Soto José Emilio<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>) Instituto Tecnológico de Morelia Av. Tecnológico 1500, Col. Lomas de Santiaguito, C.P. 58120, Morelia, Mich. E-mail<u>itmg98120808@yahoo.com.mx</u>

> (<sup>2</sup>) Universidad Anáhuac – México Sur. Facultad de Ingeniería Av. De las Torres 131, Col. Olivar de los Padres, México D.F. E-mail jevargas@ds.uas.mx

#### Resumen

El artículo inicia con la justificación asociada al desarrollo de un manipulador neumático, el cual se pretende aplicar en actividades de mantenimiento en líneas eléctricas de alta tensión. Se muestra el modelo cinemático directo del manipulador, considerando los movimientos de giro de los eslabones principales a partir del desplazamiento de los cilindros neumáticos. Así mismo, se muestra la solución cinemática inversa, y se analizan los resultados obtenidos en simulación. El trabajo finaliza mostrando las conclusiones y el trabajo futuro que se pretende realizar.

Palabras clave: Modelación.

## 1. Introducción

La utilización de actuadores neumáticos es ventajosa por su bajo costo, limpieza de operación y una relación potencia-peso elevada, que favorece su potencial aplicación en sistemas robóticos pues permiten construir manipuladores compactos, ligeros, sencillos y de bajo costo. El desarrollo de los servomecanismos neumáticos se origina en los 50's, sin embargo el control de los sistemas con actuación neumática presenta problemas originados en la no de los actuadores debida a linealidad la compresibilidad del aire. la fricción en las juntas, la no linealidad del flujo en las válvulas y el retardo debido a la velocidad de propagación de la presión del aire.

Por otra parte, efectuar la limpieza de los aisladores en las líneas aéreas de alta tensión es una actividad peligrosa para las personas que efectuan este trabajo. El lavado y aplicación en vivo se hace regularmente con pértigas dieléctricas manejadas por un operador diestro. La técnica es relativamente segura si se tienen todos los cuidados y se sigue el procedimiento con formalidad[1].



Fig. 1. Limpieza de los aisladores eléctricos.

La desventaja, sin embargo, es que se requiere soportar la pértiga con guantes dieléctricos, dentro de un traje dieléctrico independientemente del calor o frío y en posiciones que en ocasiones son incomodas, lo que resulta agotador para el operario, reduciendo la eficiencia e incrementando la posibilidad de cometer un error, la figura 1 muestra las condiciones del operador al efectuar la limpieza de los aisladores en una subestación eléctrica. En este sentido se pretende desarrollar un manipulador neumático de dos grados de libertad que se utilizara para realizar la limpieza de los aisladores eléctricos. Presentamos la descripción cinemática directa e inversa del manipulador, la planeación de trayectorias del órgano terminal y los resultados se analizan mediante la simulación del manipulador.

## 2. Modelación

En la figura 2 se muestra el manipulador neumático de dos grados de libertad.



Fig. 2. Manipulador neumático de dos grados de libertad.

#### TABLA 1

Dimensiones de los dos mecanismos corredera-manivela de cuatro barras.

Denominación	Símbolo	Valor
Desnivel entre el cilindro y la manivela	А	0.108
-		m
Distancia entre pivotes cilindro - manivela	B, L10	0.450
-		m
Distancia entre pivotes manivela - seguidora	L5,	0.041
	L13	m
Distancia del pivote al fondo del cilindro	Н	0.042
		m
Longitud ensamble pistón - vástago	Pv	0.357
		m
Desplazamiento del vástago del pistón del	х	
primer mecanismo		
Desplazamiento del vástago del pistón del	X2	
segundo mecanismo		
Longitud de la manivela	L2,L11	0.074
		m
Longitud de la barra acopladora	L3,	0.099
	L12	m
Longitud de la barra seguidora	L4,	0.043
-	L14	m
Desnivel entre el cilindro y la manivela	L8	0.078
		m

Longitud de la barra que une a los dos	L7	0.966
mecanismos		m
Longitud de la barra final	L15	1.500
-		m
Distancia desde el apoyo del actuador 1 hasta	Lm	0.463
el punto de apoyo de la manivela.		m

#### 2.1 Cinemática Directa

Determina la posición y orientación del órgano terminal del robot, con respecto a un sistema de coordenadas de referencia, conocidos los ángulos de las articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos del robot.

El problema cinemático directo, lo resolveros en dos etapas; primero analizaremos el primer mecanismo de cuatro barras (figura 3 y posteriormente el segundo (figura 4).



Fig. 3. Primer mecanismo

Del primer mecanismo impulsor observamos dos cadenas cinemáticas cerradas de las cuales obtenemos una ecuación vectorial para cada cadena cinemática.

$$\overline{r}_{R} - \overline{r}_{2} - \overline{r}_{B} - \overline{r}_{A} = 0 \tag{1}$$

$$\overline{r}_2 + \overline{r}_3 - \overline{r}_4 - \overline{r}_5 = 0 \tag{2}$$

Resolvemos (1) y (2) aplicando el método de Newton- Raphson [2], por lo tanto los ángulos los obtendremos mediante iteraciones, con las siguientes ecuaciones:

$$\theta_{i_{i+1}} = \theta_{i_i} - \frac{R^2 - 2RA\cos\theta_{i_i} - 2RBsen\theta_{i_i} + A^2 + B^2 - L_2^2}{2RAsen\theta_{i_i} - 2LRB\cos\theta_{i_i}}$$
(3)

$$\theta_{2i+1} = \theta_{2i} - \frac{L_2^2 + 2L_2A\cos\theta_{2i} + 2L_2Bsen\theta_{2i} + A^2 + B^2 - R^2}{-2L_{2i}Asen\theta_2 + 2L_2B\cos\theta_{2i}}$$
(4)

$$\theta_{3i+1} = \theta_{3i} - \frac{f(\theta_3)}{f'(\theta_3)}$$
(5)

$$\theta_{4i+1} = \theta_{4i} - \frac{f(\theta_4)}{f'(\theta_4)}$$
(6)



Fig. 4. Segundo mecanismo

Del segundo mecanismo impulsor observamos dos cadenas cinemáticas cerradas, de las cuales obtenemos una ecuación vectorial por cada cadena cinemática.

$$\bar{r}_8 + \bar{r}_{10} + \bar{r}_{11} - \bar{r}_{R2} = 0 \tag{7}$$

$$\bar{r}_{13} + \bar{r}_{14} - \bar{r}_{12} - \bar{r}_{11} = 0 \tag{8}$$

Resolvemos (7) y (8) aplicando el método de Newton- Raphson [2], por lo tanto los ángulos los obtendremos mediante iteraciones, con las siguientes ecuaciones:

$$\theta_{11i+1} = \theta_{11i} - \frac{f(\theta_{11})}{f'(\theta_{11})}$$
(9)

. . .

$$\theta_{_{9i+1}} = \theta_{_{9i}} - \frac{f(\theta_{_9})}{f'(\theta_{_9})}$$
(10)

$$\theta_{_{14i+1}} = \theta_{_{14i}} - \frac{f(\theta_{_{14}})}{f'(\theta_{_{14}})}$$
(11)

$$\theta_{12i+1} = \theta_{12i} - \frac{f(\theta_{12})}{f'(\theta_{12})}$$
(12)

Para calcular la posición del órgano terminal (x,y) nos apoyaremos en la figura 5. Los ángulos  $\alpha_3$  y  $\beta_3$  son constantes, esto por que los eslabones que forman los triángulos están unidos uno de otro perpendicularmente. Los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  son variables.



Fig. 5. Ángulos auxiliares para los cálculos

Por lo tanto la posición del órgano terminal es:

$$x = a\cos\alpha + b\cos\beta \tag{13}$$

$$y = asen\alpha + bsen\beta \tag{14}$$

#### 2.2 Cinemática Inversa

Determina la configuración que debe adoptar el robot para una posición y orientación del extremo conocidas.

Resolvemos las dos ecuaciones vectoriales (13) y (14) mediante el metodo de Newton Raphson [2], obtenemos:

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i - \frac{a^2 + x^2 + y^2 - 2ax\cos\alpha - 2aysen\alpha - b^2}{2axsen\alpha - 2ay\cos\alpha}$$

$$\beta_{i+1} = \beta_i - \frac{b^2 + x^2 + y^2 - 2bx\cos\beta - 2by\sin\beta - a^2}{2bxsen\beta - 2by\cos\beta}$$

Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son ángulos auxiliares para el calculo.

De la figura 5 observamos que :

$$\theta_{4} = \alpha + \alpha_{3} \tag{17}$$

$$\theta_{_7} = \theta_{_4} + 270 \tag{18}$$

$$\theta_{_{14}} = \beta - \beta_{_3} \tag{19}$$

$$\theta_{15} = \theta_{14} + 90 \tag{20}$$

Del primer mecanismo impulsor (figura 6) observamos dos cadenas cinemáticas cerradas de las cuales obtenemos una ecuación vectorial para cada cadena cinemática.





$$\bar{r}_{2} + \bar{r}_{3} - \bar{r}_{4} - \bar{r}_{5} = 0$$
(21)

$$\overline{r}_{R} - \overline{r}_{2} - \overline{r}_{m} = 0 \tag{22}$$

Resolvemos (21) y (22) aplicando el método de Newton- Raphson [2], por lo tanto los ángulos los obtendremos mediante iteraciones, con las siguientes ecuaciones:

$$\theta_{3i+1} = \theta_{3i} - \frac{f(\theta_3)}{f'(\theta_3)}$$
(23)

$$\theta_{2i+1} = \theta_{2i} - \frac{f(\theta_2)}{f'(\theta_2)}$$

$$(24)$$

$$\theta_{1i+1} = \theta_{1i} - \frac{f(\theta_1)}{f'(\theta_1)}$$
(25)

$$R = \left(L_2^2 + L_m^2 + 2L_2L_m\cos\theta_2\cos\theta_m + 2L_2L_msen\theta_2sen\theta_m\right)^{\frac{1}{2}}$$
(25)

El desplazamiento del vástago (x) es:

$$x = R - Lv - h \tag{26}$$

Del segundo mecanismo impulsor (figura 7) observamos dos cadenas cinemáticas cerradas, de las cuales obtenemos una ecuación vectorial por cada cadena cinemática.



Fig. 7. Cadenas cinemáticas cerradas del segundo mecanismo

$$\bar{r}_{13} + \bar{r}_{14} - \bar{r}_{12} - \bar{r}_{11} = 0$$
(27)

$$\bar{r}_{8} + \bar{r}_{10} + \bar{r}_{11} - \bar{r}_{R2} = 0$$
(28)

Resolvemos (27) y (28) aplicando el método de Newton- Raphson [2], por lo tanto los ángulos los obtendremos mediante iteraciones, con las siguientes ecuaciones:

$$\theta_{11i+1} = \theta_{11i} - \frac{f(\theta_{11})}{f'(\theta_{11})}$$
(29)

$$\theta_{12i+1} = \theta_{12i} - \frac{f(\theta_{12})}{f'(\theta_{12})}$$
(30)

$$R_{2} = \begin{bmatrix} L_{8}^{2} + L_{10}^{2} + L_{11}^{2} + 2L_{8}L_{10}\cos\theta_{4}\cos\left(\theta_{4} + 270\right) \\ + 2L_{8}L_{10}\sin\theta_{4}\sin\left(\theta_{4} + 270\right) + 2L_{8}L_{11}\cos\theta_{4}\cos\theta_{11} \\ + 2L_{8}L_{11}\sin\theta_{4}\sin\theta_{11} + 2L_{11}L_{10}\cos\theta_{11}\cos\left(\theta_{4} + 270\right) \\ + 2L_{11}L_{10}\sin\theta_{11}\sin\left(\theta_{4} + 270\right) \end{bmatrix}^{\frac{1}{2}}$$

El desplazamiento del vástago  $(x_2)$  es:

$$x_2 = R_2 - Lv - h \tag{32}$$

(31)

## 3. Simulación

Con la simulación se pretende diseñar y desarrollar un modelo computarizado de la cinemática con el propósito de entender el comportamiento de la cinemática de manera ideal.

Los algoritmos de programación para la simulación se hicieron en visual C++, el lenguaje de programación es C++ con librerías de OpenGL;

#### 3.1 Simulación del Modelo Cinemático Directo

Con las ecuaciones (3), (4), (5), (6), (9), (10), (11), (12), (13) y (14), se hizo el algoritmo de programación.

Para este algoritmo tenemos como datos de entrada la posición de los vástagos, con esta posición se calculan los ángulos, con los cuales posteriormente calculamos la posición del efector final.

Con este programa podemos mover un pistón independiente del otro con ayuda del teclado. Si oprimimos la tecla "A" o "a" avanzara el vástago del actuador 1, y si oprimimos la tecla "S" o"s" retrocederá dicho vástago. Para el avance del vástago del actuador 2 se oprime la tecla "X" o"x", y para retroceder el vástago se oprime la tecla "C" o "c" En la figura 8 podemos ver la posición inicial del manipulador, los ángulos que tienen los eslabones con respecto a la horizontal, la distancia que a recorrido cada pistón y la posición (x,y) del órgano terminal.



Fig. 8. Simulación-cinemática directa

#### 3.2 Cinemática Inversa

Con las ecuaciones (15), (16), (17), (18), (19), (20), (23), (24), (25), (26), (29), (30), (31) y (32), se hizo el algoritmo de programación.

Para este programa tenemos como datos de entrada la posición del efector final, ósea, las coordenadas en  $x \, e \, y$ , con esta coordenadas se calculan los ángulos y los desplazamientos de los vástagos de los dos actuadores.

Con este programa podemos posicionar el efector final en con avuda del teclado. Si oprimimos la tecla "X" o "x" el efector final avanzara sobre el eje de las x positivas y si oprimimos la tecla "C" o "c" avanzara sobre el eje de la x negativas, para estos dos casos y permanece constante. Si presionamos la tecla "Y" o "y" el efector final avanzara sobre el eje de las y positivas y si presionamos la tecla "U o "u" avanzara sobre el eje de las y negativas, para estos dos casos x permanece constante. Al presionar la tecla "Q" o "q" el efector final avanzara en diagonal ascendente de izquierda a derecha, si presionamos "W" o "w" avanzara en diagonal ascendente de derecha a izquierda, si presionamos "A" o "a" avanzara en diagonal descendente de derecha a izquierda y finalmente si presionamos "S" o "s"

avanzara en diagonal descendente de izquierda a derecha.

En figura 9 podemos ver la posición de los dos vástagos de los actuadores, el ángulo de cada uno de los eslabones y la posición en x e y del efector final.



Fig. 9. Simulación-cinemática inversa

## 4. Conclusiones

Se ha modelado y verificado la cinemática directa e inversa de un manipulador neumático y se an Realizado programas computacionales que nos permiten ver el comportamiento del manipulador neumático en forma ideal.

Como trabajo a futuro se pretende realizar el modelo dinámico y el modelo flexible, para posteriormente integrar el trabajo para realizar el control del manipulador.

## Referencias

[1] Vargas E., Reynoso G., Villarreal L., Romero O., Ituarte J.C., Zamarripa M., Hernández M., Hernández D., y Arciniega S., "Robot Manipulador para Aplicaciones de Recubrimiento en Lineas de Alta Tension" XXXI Congreso de Investigación y Extensión del Sistema Tecnológico de Monterrey, enero 2001, Monterrey. [2] S.C. Chapra y R.P Canale, Metodos Numericos para Ingenieros, 3<sup>a</sup>. edición , McGraw Hill, 1999.