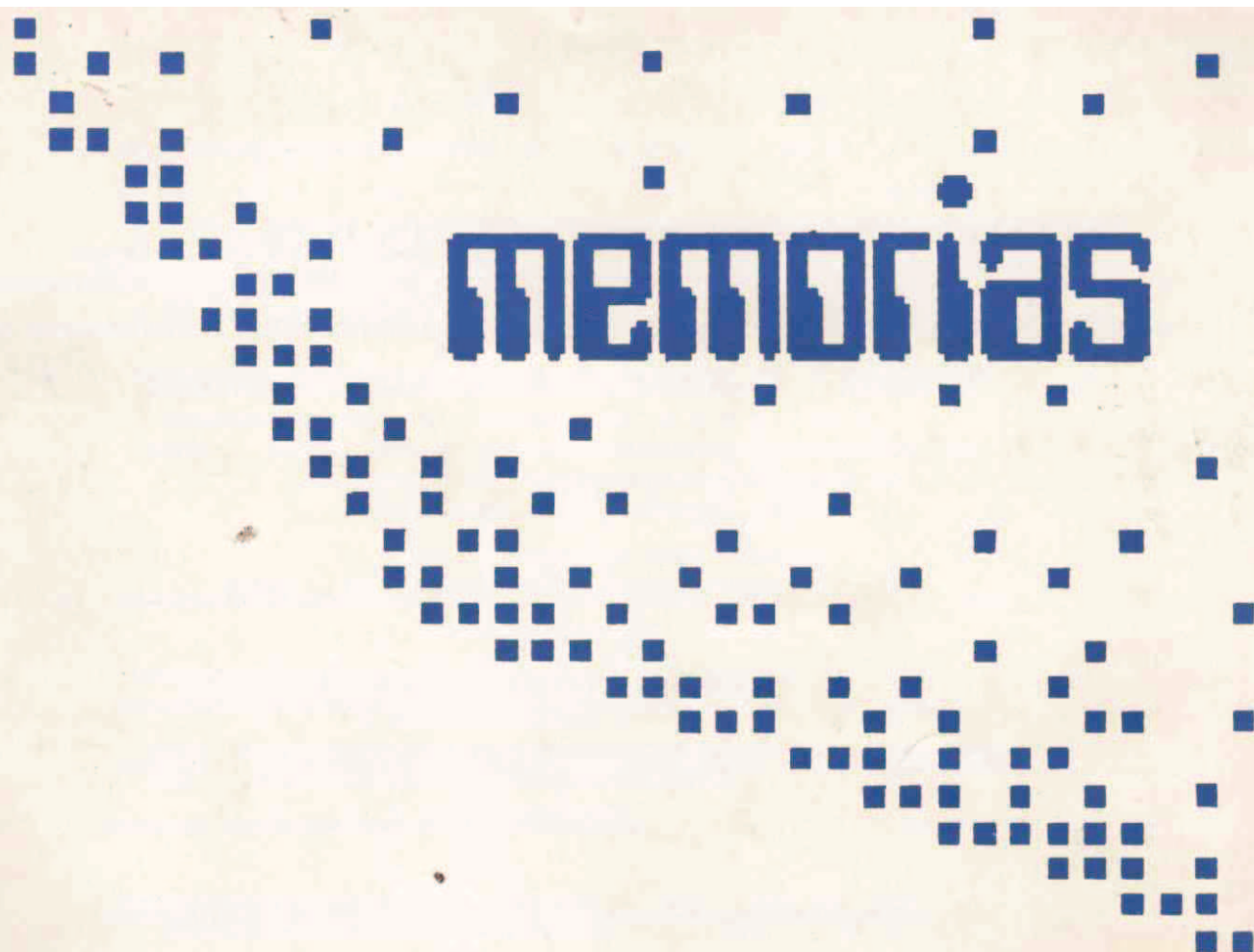
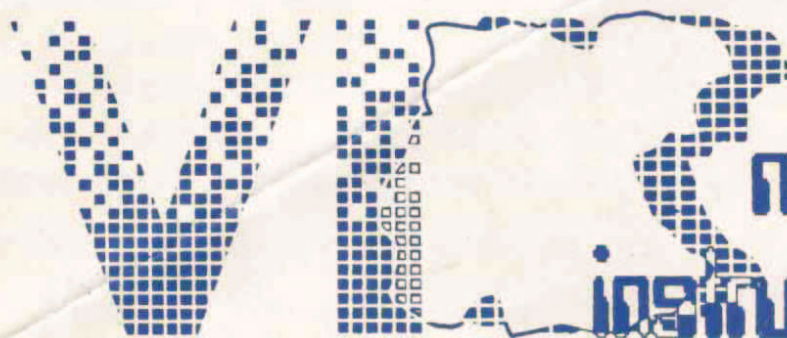


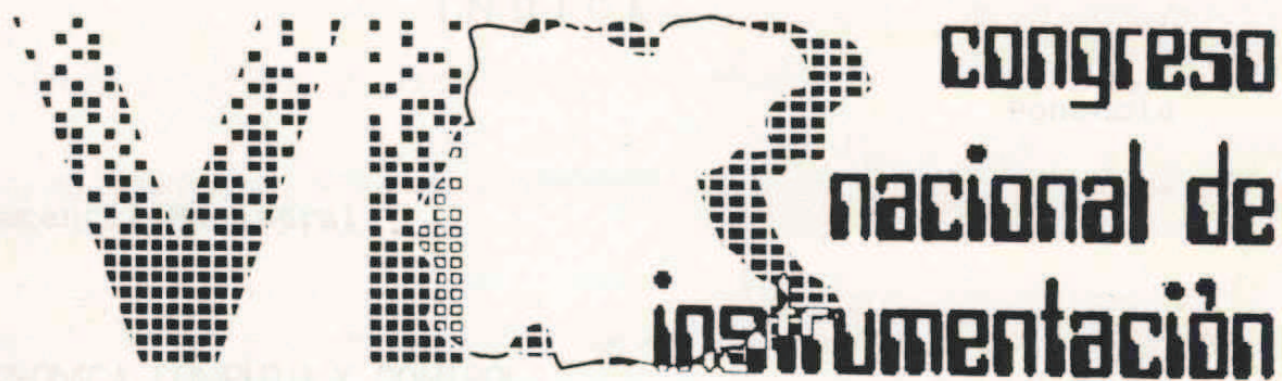


memorias



congreso
nacional de
instrumentación

GUANAJUATO, Septiembre 5, 6 y 7 de 1990



SOCIEDAD MEXICANA DE INSTRUMENTACION
CENTRO DE INSTRUMENTOS
UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

GUANAJUATO GTO. 5, 6 y 7 DE SEPTIEMBRE DE 1990

CONACyT APOYA LA PRESENTACION DE ALGUNOS DE ESTOS TRABAJOS
La Publicación de estas Memorias se realizo en la Sección de Dibujo del Centro de Instrumentos

DISEÑO DE UN MANIPULADOR DE DOS GRADOS DE LIBERTAD

J. Emilio Vargas S.
Centro de Instrumentos, U.N.A.M.
Apdo. Postal 70-186, 04510, México D.F.

RESUMEN:

Se describe el proceso de diseño de un manipulador de dos grados de libertad con pares rotacionales. La primera parte de este trabajo contempla el modelado cinemático y dinámico del manipulador, se plantea el problema cinemático inverso y se muestra un algoritmo para resolverlo. Posteriormente se muestra brevemente la planeación de las trayectorias en el manipulador, y se hace mención del sistema de control que se utiliza en el pequeño robot. Se muestran algunas de las tareas de prueba utilizadas en la caracterización del manipulador y se muestran los resultados obtenidos. Finalmente se plantean algunos comentarios y conclusiones del diseño efectuado.

Palabras Claves: Manipulador, rob-dos, man-2G.

MODELADO CINEMATICO Y DINAMICO.

En general, el modelado cinemático y dinámico en un manipulador esta basado en las ecuaciones de movimiento de cuerpo rígido y las ecuaciones de energía. El principal objetivo en el modelado cinemático es encontrar las características de movimiento que describen el comportamiento del robot. Estas características son: posición, velocidad y aceleración. En la mayoría de los casos, la posición, velocidad y aceleración estan referidas a movimientos angulares. Recordando que en este tipo de análisis solo las características de movimiento son de interes y no las causas y efectos del movimiento. Es por eso, que el estudio cinemático de manipuladores se refiere a sus propiedades geométricas y a las propiedades de sus movimientos con respecto al tiempo. Por el contrario, en el modelado dinámico son de gran interes las fuerzas que produce el movimiento del manipulador para efectuar determinado trabajo.

En orden a acelerar un manipulador desde su posición de descanso, realizar una función de velocidad en el órgano terminal del manipulador y finalmente desacelerar y detener el órgano terminal, existe un complejo campo de fuerzas que tiene que ser aplicado en las articulaciones de los actuadores (por ejemplo: motores eléctricos, musculos, actuadores hidraulicos o nuemáticos, etc.) para llevar a cabo determinada tarea.

El numero de grados de libertad que posee un actuador, es el numero de posiciones variables independientes las cuales estan especificadas en orden para localizar todas las partes del mecanismo. En este trabajo se considera el problema cinemático inverso, el cual se plantea como sigue: Dada la posición y orientación del órgano terminal de un manipulador, calcular todos los valores de los grados de libertad los cuales satisfacen la posición y orientación dada (ver fig. 1). Esta parte es el problema fundamental en el uso pratico de manipuladores.

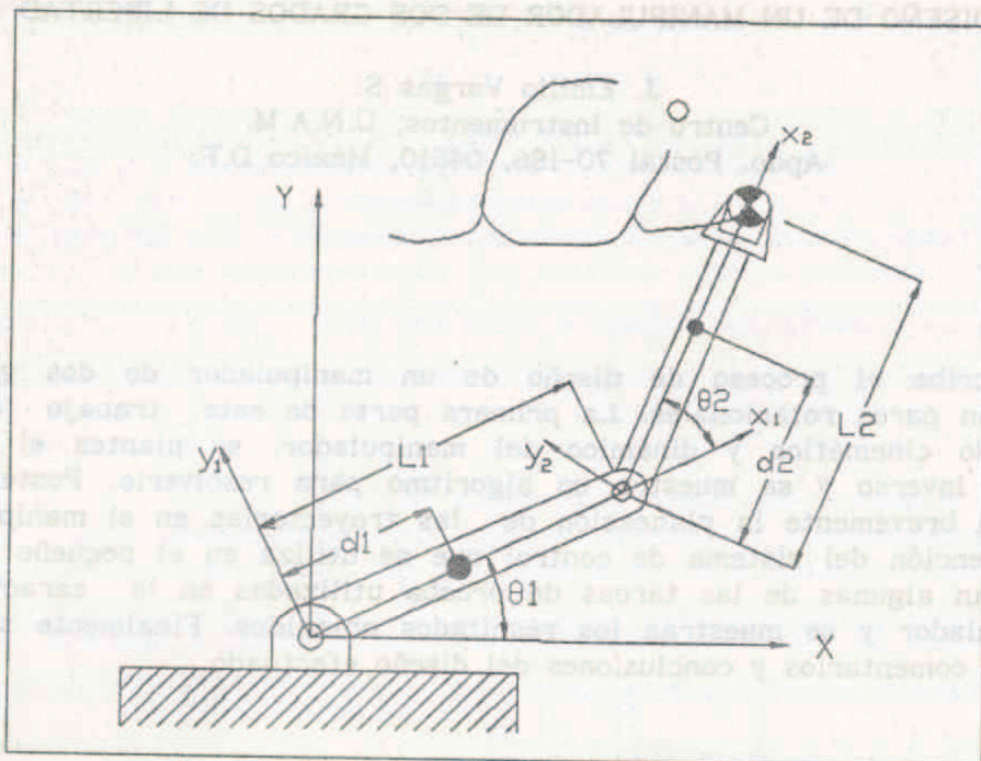


Fig. 1.- Geometría del Manipulador.

El problema cinemático inverso no es simple, porque las ecuaciones cinemáticas son no lineales, su solución no siempre es fácil o posible en forma cerrada. La existencia o inexistencia de la solución cinemática define el espacio de trabajo de un manipulador dado.

Observando la fig. 1, la posición del órgano terminal está dada por la siguiente relación:

$$\begin{aligned} X &= L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ Y &= L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad \dots(1)$$

Diferenciado estas expresiones, la velocidad en forma vectorial resulta:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial f}{\partial \theta} \right] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad \dots(2)$$

Donde la matriz $[\partial f / \partial \theta]$ recibe el nombre de jacobiano del manipulador. De esta última expresión obtenemos el vector $\dot{\theta}$, el cual resulta ser:

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial f}{\partial \theta} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} \quad \dots(3)$$

Diferenciando esta ecuación con respecto al tiempo, el vector aceleración esta dado por la siguiente expresión:

$$\ddot{\underline{\theta}} = \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \underline{\theta}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\underline{X}} \\ \dot{\underline{Y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \underline{\theta}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \ddot{\underline{X}} \\ \ddot{\underline{Y}} \end{bmatrix} \right. \quad \dots(4)$$

Aproximando $\dot{\underline{\theta}} = \Delta \underline{\theta} / \Delta t$, y por la definición de derivada, resulta fácil obtener los valores reales del vector $\underline{\theta}$, que satisfacen las posiciones del manipulador, dicho vector en forma vectorial es:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1+1} \\ \theta_{2+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{1} \\ \theta_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \underline{\theta}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X_{1+1} - X_1 \\ Y_{1+1} - Y_1 \end{bmatrix} \quad \dots(5)$$

Mediante esta última expresión, los valores de $\underline{\theta}$ serán encontrados en forma iterativa. Si los valores iniciales de $\underline{\theta}$ convergen a valores reales, los nuevos valores (i+1) sustituirán a los valores anteriores. Es importante notar que si el determinante del jacobiano es igual a cero, no existe solución para esta última ecuación.

Determinando ahora las características dinámicas de la configuración mostrada en la fig. 1, y aplicando las ecuaciones de energía para un cuerpo rígido, sabemos que:

$$\underline{F}_1 = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\underline{\theta}}} - \frac{\partial L}{\partial \underline{\theta}} \quad \dots(6)$$

donde el vector F es el vector de las fuerzas generalizadas, el término L es el lagrangiano del sistema, el cual se obtiene restando el término de la energía potencial al término de la energía cinética.

Desarrollando esta última ecuación, las ecuaciones de torque para el manipulador mostrado pueden ser escritas como sigue:

$$T_1 = \ddot{\theta}_1 D_{11} + \ddot{\theta}_2 D_{12} + D_{111} \dot{\theta}_1^2 + D_{122} \dot{\theta}_2^2 + D_{112} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + D_1 \quad \dots(7)$$

$$T_2 = \ddot{\theta}_1 D_{21} + \ddot{\theta}_2 D_{22} + D_{211} \dot{\theta}_1^2 + D_{222} \dot{\theta}_2^2 + D_{212} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + D_2$$

donde

$$\begin{aligned} D_{11} &= m_1 d_1^2 + m_2 L_1^2 + m_2 d_2^2 + 2m_2 L_1 d_2 \cos \theta_2 \\ D_{12} &= m_2 d_2^2 + m_2 L_1 d_2 \cos \theta_2 = D_{21}, D_{111} = 0 \\ D_{122} &= -m_2 L_1 d_2 \sin \theta_2, D_{112} = -2m_2 L_1 d_2 \sin \theta_2 \\ D_1 &= m_1 g d_1 \cos \theta_1 + m_2 g L_1 \cos \theta_1 + m_2 g d_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ D_{22} &= m_2 d_2^2, D_{211} = m_2 L_1 d_2 \sin \theta_2, D_{222} = 0 \\ D_{212} &= 0, D_2 = m_2 g d_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

PLANEACION DE LA TRAYECTORIA.

Primeramente, las trayectorias de movimiento fueron planeadas utilizando algunas funciones matemáticas. En este caso, el cambio entre la posición inicial y final del manipulador esta basado en el siguiente concepto de generación de trayectoria.

Suponiendo que el cambio en la posición esta expresado por una función polinomial en el tiempo, por ejemplo:

$$\begin{aligned}\theta(t) &= C_0 + C_1 t + C_2 t^2 + C_3 t^3 \\ \dot{\theta}(t) &= C_1 + 2C_2 t + 3C_3 t^2\end{aligned}\quad \dots(8)$$

Con las condiciones $\theta(t=0) = \theta_0$, $\dot{\theta}(t=0) = 0$.

$$\theta(t=t_{final}) = \theta_{final}, \quad \dot{\theta}(t_{final}) = 0.$$

Substituyendo estas condiciones en las ecuaciones de posición y velocidad, las constantes C_0 , C_1 , C_2 y C_3 son:

$$\begin{aligned}C_0 &= \theta_0, & C_1 &= 0 \\ C_2 &= 3(\theta_f - \theta_0)/t_f^3, & C_3 &= -2(\theta_f - \theta_0)/t_f^3\end{aligned}$$

Reemplazando estos últimos valores en (8), se obtiene fácilmente la función de trayectoria desde la posición inicial θ_0 hasta la posición final θ_f . Por supuesto, existen otras diferentes funciones de trayectoria que pueden ser utilizadas para mover el manipulador. Se ha presentado este ejemplo notando que solamente la posición inicial y la posición final son importantes, sin considerar el tipo de trayectoria utilizada. En otras palabras, considerando que la trayectoria de movimiento es el principal problema por resolver, nosotros hemos utilizado dos caminos para conseguir el movimiento deseado sin problemas de generación en tiempo real. El primer camino para generar el movimiento del manipulador es resolver el problema cinemático inverso para algunas trayectorias expresadas por funciones matemáticas, despues de esto; la solución puede ser grabada en el disco duro de la computadora utilizada para el control del manipulador, y recordada cada vez que la misma trayectoria es aplicada al manipulador. El segundo camino para generar el movimiento del manipulador es enseñar la trayectoria con ayuda de un sistema de enseñanza. Este sistema de enseñanza esta formado por encoders de lectura. El movimiento del manipulador esta dado por un operador manualmente, con el fin de generar la trayectoria deseada, y el sistema de enseñanza corriendo al mismo tiempo, lee los encoders en una frecuencia especificada para obtener el movimiento. En forma similar que en el primer caso, la solución de la trayectoria recibe el mismo tratamiento.

SISTEMA DE CONTROL DEL MANIPULADOR.

El manipulador descrito en este trabajo ha sido controlado utilizando la

teoria de PID (Proporcional-Integrativo-Derivativo) Control. Este tipo de sistema de control realimentado, es el más comunmente utilizado en robots industriales. Tal como su nombre lo indica, PID Control es la suma del control proporcional, más el control integrativo y el control derivativo. La transformada de Laplace de la salida del controlador tiene la siguiente forma general:

$$u(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i S} + T_d S \right) e(s)$$

donde K_p , T_i y T_d son constantes. Esta combinación con frecuencia provee un aceptable grado de error simultaneamente con una aceptable estabilidad. Este tipo de sistema de control comercialmente son los más utilizados, el ingeniero en control solamente tiene que ajustar las tres constantes de proporcionalidad para obtener un aceptable funcionamiento. El criterio para ajustar las constantes se basa principalmente en la influencia que cada una tiene en el sistema. Como se observa, incrementando K_p y $1/T_i$, se reducen los errores en el sistema, pero incrementando de gran manera $1/T_i$ se reduce la estabilidad, y incrementando T_d se pierde estabilidad.

TAREAS DE PRUEBA DEL MANIPULADOR.

En el proceso de diseño de robots, existe un importante paso referente a su caracterización. Esto no es otra cosa que la determinación de las características de operación en las condiciones de trabajo a las que ha de estar sujeto el robot. Estas características son principalmente exactitud y repetibilidad, tiempo de estabilización, velocidad máxima de operación, carga máxima de movimiento, espacio de trabajo y dimensiones, entre otras. A este respecto, se realizaron tareas de prueba para determinar bajo que tipo de condiciones se encuentra trabajando el diseño actual. De acuerdo a la fig. 2, podemos ver dos diferentes tipos de sistemas de reducción. El eslabón 1 utiliza un motor de corriente directa con un sistema motriz armonico y el eslabón 2 usa un sistema reductor de engranes. Algunas características de estos sistemas se muestran en la siguiente tabla.

eslabón	sistema de reducción	relacion de reducción	voltaje de oper. a 25 C	sensitividad de torque
1	armónico	161:1	20.3 [V]	0.36 [Nm/A]
2	engranes	15:1	18.0 [V]	0.03 [Nm/A]

Una de las tarea de prueba que fueron hechas por el manipulador para determinar su exactitud y repetibilidad consistio en dibujar una linea recta de 405 mm en 10 segundos, manteniendo la posición del manipulador en un plano horizontal. El ciclo de control utilizado para este caso fué de 4 ms. Posteriormente se dibujo la misma linea con diferentes valores de intervalo de trabajo (hasta 30 segundos) y diferentes valores en el ciclo de control.

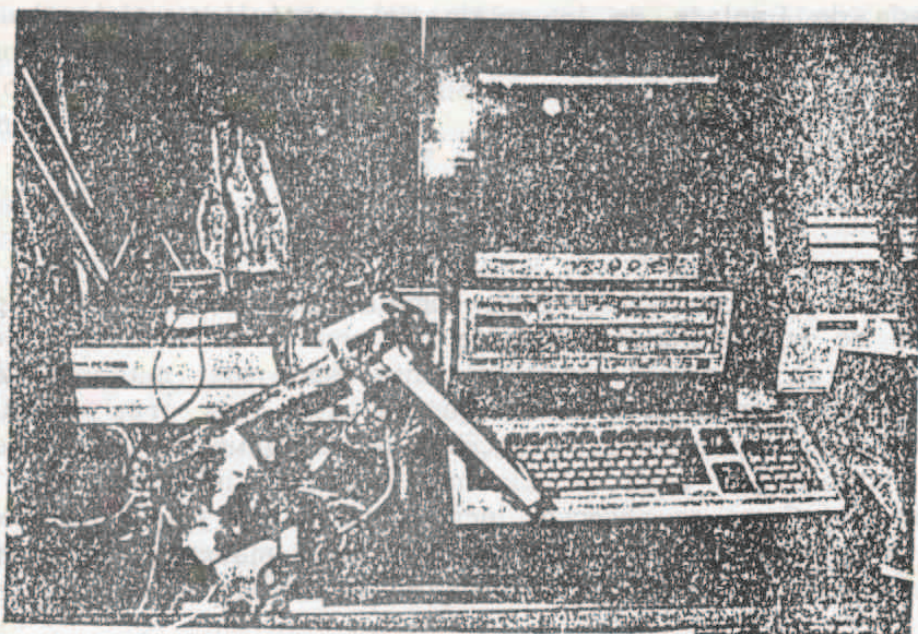


Fig. 2.- Manipulador y Controles.

Además nuevos valores de las constantes del sistema de control fueron utilizados con un ciclo de control de 6 ms. La máxima velocidad del órgano terminal en esta trayectoria fue alrededor de 20.25 mm/s. Después de eso, esta trayectoria fue trazada varias veces bajo condiciones similares, el propósito fue determinar el grado de repetibilidad del manipulador. Las trayectorias obtenidas mediante esta forma mostraron una discrepancia de 1 mm. Es importante notar que el backlash del manipulador tiene una gran influencia en estos resultados. El error detectado en el backlash del segundo eslabón es de aprox. 0.94 grados, lo cual origina un error lineal causado por este ángulo del orden de 3 mm. Para determinar las condiciones de carga y velocidad en el manipulador se efectuaron repetitivamente diferentes movimientos variando la velocidad angular del manipulador y efectuando dichos movimientos colocando diferentes masas en el órgano terminal ($m_1=43$ g., $m_2 = 56.6$ g, $m_3 = 221.0$ g.). Después de efectuar el procedimiento de prueba, se determinaron los valores medios de las mediciones y se obtuvo la siguiente tabla:

Velocidad angular Ω (rad/s)	C U E R P O S		
	m_1	m_2	m_3
	error de posición (mm)		
0.31416	0.00	0.00	0.01
0.62832	0.01	0.01	0.15
1.57079	0.01	0.30	4.50
3.14159	0.10	3.00	----
6.28318	0.18	----	----

La exactitud obtenida bajo estas condiciones muestra que las discrepancias en la posición son más severas a medida que aumenta la velocidad angular de movimiento y la carga por desplazar.

El tiempo de estabilización determinado para el manipulador bajo estudio fue del orden de 0.3 segundos. Este valor muestra que después de conseguir la aproximación deseada de la trayectoria, lo mejor es mantener el control del robot por un tiempo mínimo de 0.3 segundos antes de efectuar otra tarea. Para finalizar, el espacio de trabajo del manipulador se muestra en la siguiente figura.

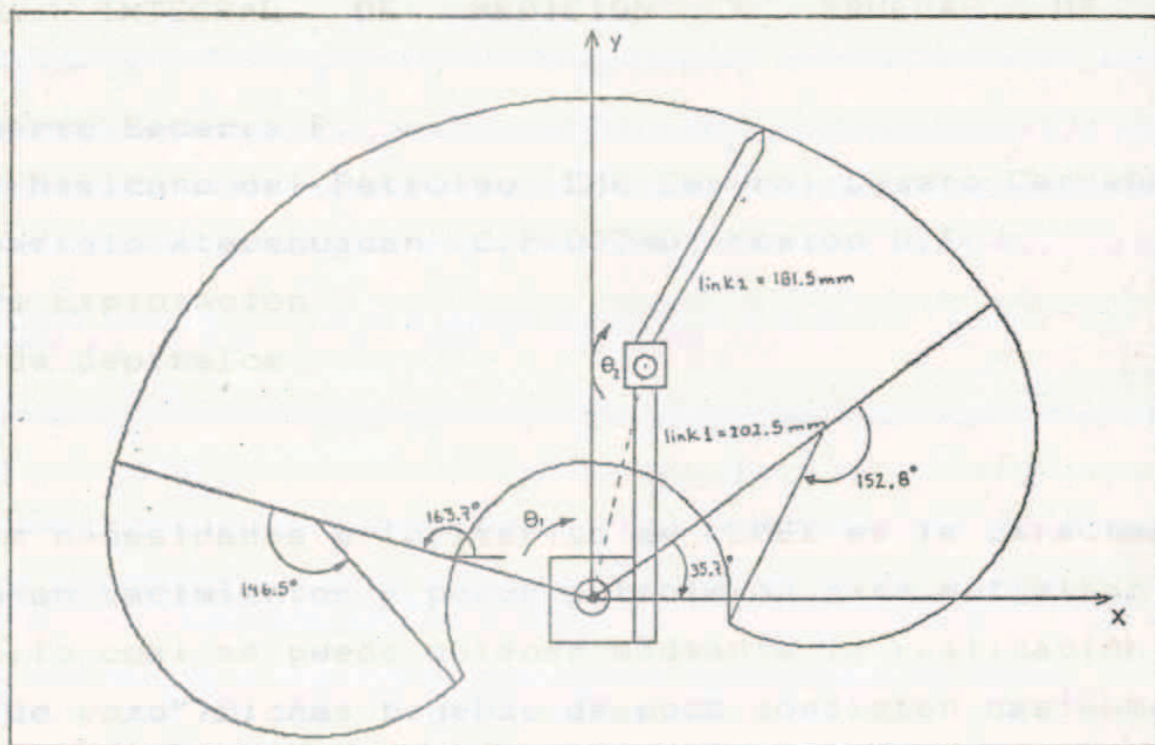


Fig. 3.- Espacio de Trabajo del Manipulador.

CONCLUSIONES.

Se ha presentado un simple manipulador de dos grados de libertad, el cual presenta la esencia de sistemas más complicados para los futuros trabajos. La generación de trayectorias mostradas es un interesante camino para la reproducción de movimientos en tiempo real. Utilizando el sistema enseñanza, las trayectorias deseadas son obtenidas mediante un procedimiento fácil y práctico. Las diferencias obtenidas entre las trayectorias dibujadas muestran que el movimiento del órgano terminal produce mejores resultados en repetibilidad cuando las velocidades de las trayectorias deseadas son continuas que cuando son discontinuas. Por lo tanto, es recomendable utilizar trayectorias con cambios no muy bruscos en sus velocidades. La programación del robot, el modelado dinámico y cinemático, la planeación de las trayectorias, y el control del manipulador muestran interesantes aplicaciones en sistemas articulados de más grados de libertad.

REFERENCIAS

- Paul P. Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control, The MIT Press, 1981.
- Gene F. Feedback Control of Dynamic System, Addison-Wesley, New York, 1986